

Решения надо сдать до 19:30 в понедельник, 19 декабря.

Задача 1. Найдите дзета-функцию проективизации кривой с уравнением $y^2 = x^3 + 2$ над полем \mathbb{F}_{19} .

Задача 2. Любую суперсингулярную эллиптическую кривую можно задать уравнениями с коэффициентами в конечном поле. (Если потребуется, можно считать, что характеристика $p \geq 5$.)

Задача 3. Пусть X — якобиан проективизации кривой с уравнением $y^2 = x^5 + x^3 + 1$ над алгебраически замкнутым полем характеристики 5. Опишите групповую схему $X[5]$. А именно:

а) Найдите порядки компонент $X[5]_{rr}$, $X[5]_{rl}$, $X[5]_{lr}$ и $X[5]_{ll}$.

б) Каким известным вам групповым схемам изоморфна каждая из компонент?

Задача 4. Пусть связная групповая схема G над алгебраически замкнутым полем удовлетворяет условию:

$$p^{\dim T_0 G} = \text{ord } G.$$

Тогда $G \cong \mu_p^m \oplus \alpha_p^n$ для некоторых m и n .

Задача 5. Рассмотрим естественное вложение $\varphi : \alpha_p \rightarrow E$ групповой схемы α_p в суперсингулярную эллиптическую кривую E над алгебраически замкнутым полем k . Пусть вложение $\Delta = (\varphi, x\varphi) : \alpha_p \rightarrow E \times_k E$ равно φ на первой компоненте, а на второй равно $x\varphi$ для некоторого $x \in k^*$. Тогда x можно выбрать так, что

$$a(E \times_k E / \Delta(\alpha_p)) = 1.$$