

## Аффинные пространства и аффинные отображения.

- Г2♦1. Пусть никакие три из точек  $A, B, C, D$  на аффинной плоскости не коллинеарны, а прямые  $(AC)$  и  $(BD)$  пересекаются в точке  $E$ . Покажите, что  $s(ACB) : s(ACD) = \overline{EB} : \overline{ED}$ .
- Г2♦2. Отрезок, соединяющий одну из точек  $P_1, P_2, \dots, P_k$  с равновесным барицентром остальных, называется *медианой* точек  $P_i$ . Покажите, что все медианы пересекаются в одной точке и выясните, в каком отношении эта точка делит каждую из медиан.
- Г2♦3. Напишите уравнения сторон треугольника с вершиной в точке  $(2, -5)$ , две из медиан которого задаются уравнениями  $4x_1 = -5x_2$  и  $x_1 = 3x_2$ .
- Г2♦4. Назовём две фигуры *аффинно конгруэнтными*, если одна из них переводится в другую аффинным автоморфизмом. Покажите, что а) две трапеции аффинно конгруэнтны тогда и только тогда, когда отношения их оснований равны б) четырёхугольники  $ABCD$  и  $A'B'C'D'$  аффинно конгруэнтны тогда и только тогда, когда отношения, в которых диагонали  $AC$  и  $BD$  делятся точкой своего пересечения, соответственно равны отношениям, в которых точкой своего пересечения делятся диагонали  $A'C'$  и  $B'D'$  в) пятиугольник на евклидовой<sup>1</sup> плоскости аффинно конгруэнтен правильному пятиугольнику тогда и только тогда, когда некоторые четыре его диагонали параллельны противоположным им сторонам?
- Г2♦5. Зафиксируем на аффинной плоскости  $\mathbb{A}^2$  две точки  $P \neq Q$ . Является ли аффинным отображением, переводящее точку  $X \in \mathbb{A}^2$  в центр  $\triangle PQX$ ?
- Г2♦6. Пусть аффинное преобразование  $\varphi : \mathbb{A}^2 \rightarrow \mathbb{A}^2$  переводит каждую прямую в параллельную ей или совпадающую с нею прямую. Покажите, что  $\varphi$  либо параллельный перенос, либо гомотетия.
- Г2♦7. Опишите аффинное преобразование  $\varphi \circ \gamma_{p,\lambda} \circ \varphi^{-1}$ , где  $\gamma_{p,\lambda}$  — гомотетия с центром в точке  $p \in \mathbb{A}^2$  и коэффициентом  $\lambda \in \mathbb{k}$ , а  $\varphi : \mathbb{A}^2 \rightarrow \mathbb{A}^2$  — произвольное аффинное преобразование.
- Г2♦8. Чему равна композиция  $\gamma_{p,\lambda} \circ \gamma_{q,\mu} : \mathbb{A}^2 \rightarrow \mathbb{A}^2$  двух гомотетий (с разными центрами и коэффициентами)?
- Г2♦9. Напишите как действует на стандартные координаты аффинное преобразование плоскости  $\mathbb{A}(\mathbb{k}^2)$ , переводящее точку  $(1, -2)$  в точку  $(0, 10)$ , а прямые, заданные уравнениями  $10x_1 - 4x_2 = 1$  и  $3x_1 - 3x_2 = -7$ , соответственно, в прямые, заданные уравнениями  $x_1 - 2x_2 = -3$  и  $x_1 - x_2 = 6$ .
- Г2♦10. В  $\triangle ABC$  из точки  $p_0$  на стороне  $AB$  проводят параллельно стороне  $AC$  прямую, пересекающую сторону  $BC$  в точке  $p_1$ , затем из  $p_1$  проводят параллельно  $BA$  прямую, пересекающую сторону  $AC$  в точке  $p_2$ , из  $p_2$  — прямую, параллельную  $B$  и пересекающую сторону  $AB$  в точке  $p_3$  и т. д. по кругу. Верно ли, что после двух кругов всегда вернуться в исходную точку  $p_6 = p_0$  (см. 1♦1)?
- Г2♦11\*. На листе бумаги нарисованы точка  $p$  и две прямые, пересекающиеся в точке  $q$ , которая не поместилась на этом листе. С помощью одной линейки постройте уместающуюся на листе часть прямой  $(p, q)$ .

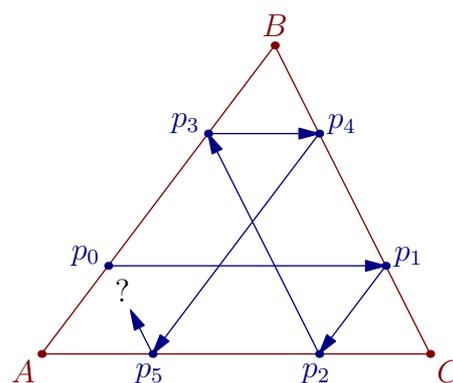


Рис. 1♦1.

<sup>1</sup>В школьном понимании ☺.

№	дата сдачи	имя и фамилия принявшего	подпись принявшего
1			
2			
3			
4а			
б			
в			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			