

Задачи для подготовки к контрольной по группам и алгебрам Ли

1. Пусть G – группа обратимых линейных преобразований \mathbb{R}^n , сохраняющих упорядоченную пару несовпадающих одномерных подпространств. **а)** Найдите размерность группы Ли G . **б)** Найдите число компонент связности этой группы Ли.
2. **а)** Найдите все связные подгруппы Ли в группе аффинных преобразований прямой \mathbb{R} . **б)** Какие из них нормальны?
3. Найдите образ экспоненциального отображения для группы Ли из задачи 1 при $n = 3$.
4. Найдите центр универсальной обертывающей трехмерной алгебры Ли, заданной в базисе как $[x_1, x_2] = 2x_2$, $[x_1, x_3] = -x_3$, $[x_2, x_3] = 0$.
5. Пусть E, H, F – стандартный базис алгебры Ли $\mathfrak{sl}_2(\mathbb{C})$. Найдите все собственные значения элемента $EFH \in U(\mathfrak{sl}_2)$ в присоединенном представлении алгебры Ли \mathfrak{sl}_2 .
6. Приведите пример не вполне приводимого конечномерного представления группы Ли движений плоскости.