

## Эйлер и Лефшец

**Задача 8.1.** а)  $\chi(X \cup Y) = \chi(X) + \chi(Y) - \chi(X \cap Y)$ , если  $X$  и  $Y$  удовлетворяют условиям теоремы Майера–Виеториса.

б)  $\chi(E) = \chi(F) \cdot \chi(B)$ , если  $F \rightarrow E \rightarrow B$  — расслоение клеточных пространств; в частности,  $\chi(X \times Y) = \chi(X) \cdot \chi(Y)$ .

**Задача 8.2.** Чему равна Эйлерова характеристика пространств  $S^n$ ,  $\mathbb{R}P^n$ ,  $\mathbb{C}P^n$ ?

**Задача 8.3.** Вычислите Эйлерову характеристику пространств

а)  $Fl_n(\mathbb{C})$  полных флагов в  $\mathbb{C}^n$ ; б)  $Gr_{k,n}(\mathbb{C})$   $k$ -мерных подпространств в  $\mathbb{C}^n$ .

**Задача 8.4.** При каких  $n$  существует векторное поле на  $S^n$  без особых точек?

**Задача 8.5.** Вычислите (по определению) число Лефшеца

а) антиподального отображения сферы  $S^n$ ; б) комплексного сопряжения на  $\mathbb{C}P^n$ .

**Задача 8.6.** При каких  $n$  существует отображение  $\mathbb{R}P^n$  в себя без неподвижных точек?

**Задача 8.7.** При каких  $n$  существует нетривиальное накрытие с тотальным пространством  $\mathbb{C}P^n$ ?