

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, ЛИСТОК 4

*Задача 1.* Докажите, что для кососимметричного оператора  $A$  оператор  $e^A$  — ортогональный.

*Задача 2.* Все ли невырожденные операторы  $\mathbb{R}^n$  представимы в виде экспоненты?

*Задача 3.* Найдите решения уравнения  $\dot{X} = XA$  с начальным условием  $X(0) = M$  (в этой и двух последующих задачах мы рассматриваем уравнение на пространстве операторов).

*Задача 4.* Найдите решения уравнения  $\dot{X} = AX$  с начальным условием  $X(0) = M$ .

*Задача 5.* Найдите решения уравнения  $\dot{X} = AX - XA$  с начальным условием  $X(0) = M$ .

*Задача 6.* Для неавтономного линейного уравнения  $\dot{x} = A(t)x$  на плоскости найдите (в стандартной карте) векторное поле фазовой скорости индуцированного потока на проективной прямой.

*Задача 7.* Докажите теорему Лиувилля — определитель Вронского  $W(t)$  фундаментальной системы решений уравнения  $\dot{x} = A(t)x$  удовлетворяет уравнению  $\dot{W} = \text{tr}A(t)W$ .