НМУ, Комплексно аналитические многообразия и голоморфные расслоения. Листок 5. Комплексный анализ. 30.10.2017.

Задача 1. Используя подготовительную теорему Вейерштрасса, докажите, что множество нулей аналитической функции $f(z_1, \ldots, z_{n-1}, w)$, не обращающейся в ноль тождественно на оси w, проектируется локально на гиперплоскость $w = 0$ как конечнолистное накрытие, развлетвлённое над множеством нулей некоторой аналитической функции.

Задача 2. Напомним, что мы обозначили через $\mathscr{O}_{n,z}$ кольцо ростков голоморфных функций в точке $z \in \mathbb{C}^n$. Используя результант, докажите, что если ростки голоморфных функций f и g взаимно просты в $\mathscr{O}_{n,0}$, то существует такой $\varepsilon > 0$, что ростки f и g взаимно просты в $\mathscr{O}_{n,z}$ при $|z| < \varepsilon$.

Задача 3*. Пусть $\Delta \subset \mathbb{C}^n$ полидиск, $f \in \mathscr{O}(\Delta)$, а g голоморфна и ограничена в $\overline{\Delta} \setminus \{z | f(z) = 0\}$. Докажите, что g продолжается до голоморфной функции в Δ (теорема Римана о продолжении).