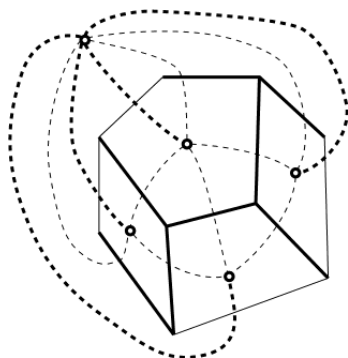


Графы на плоскости и на торе

Задача 3.1. а) Для дерева $V = E + 1$.

б) Пусть T — остовное дерево в (связном) планарном графе. Тогда подграф T^* двойственного графа, состоящий из всех ребер, не пересекающих T , — тоже дерево.

в) Для (связного) планарного графа $V - E + F = 2$.



Остовное дерево T и двойственное дерево T^* .

Задача 3.2. Пользуясь формулой Эйлера докажите, что K_5 (полный граф на 5 вершинах) и $K_{3,3}$ (полный двудольный граф с 3 черными и 3 белыми вершинами) не планарны.

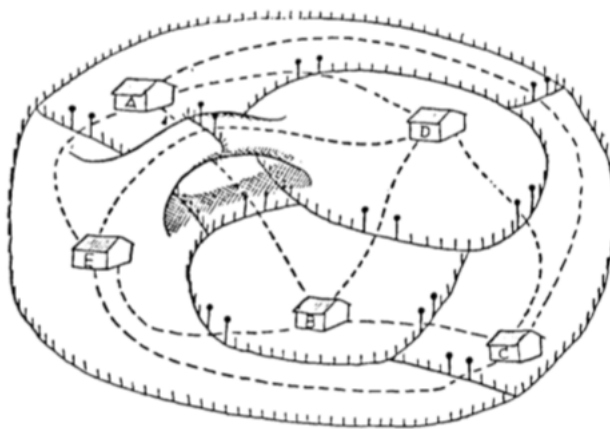
▷ *Теорема Понтрягина–Куратовского* говорит, что если у графа нет подграфов, гомеоморфных K_5 и $K_{3,3}$, то он планарен.

Задача 3.3. а) У планарного графа есть вершина степени не более 5.

б) Любую карту на сфере можно раскрасить в 6 цветов.

в) Любую ли карту на торе можно раскрасить в 6 цветов?

Задача 3.4. В тор можно вложить граф а) $K_{3,3}$; б) K_6 ; в) K_7 ; г) $K_{4,4}$ (приветствуются изящные конструкции с красивыми картинками).



Граф K_5 на торе.