

## Степень отображения и векторные поля

**Задача 8.1.** Векторное поле, заданное на границе кольца (и не имеющее там особых точек), может быть продолжено до векторного поля на всем кольце без особых точек тогда и только тогда, когда индексы вдоль обеих граничных окружностей равны.

**Задача 8.2.** а) У отображения сферы в себя есть либо неподвижная точка, либо точка, переходящая в диаметрально противоположную.

б\*) У отображения  $\mathbb{R}P^2$  в себя есть неподвижная точка.

**Задача 8.3.** Постройте векторное поле ровно с одной особой точкой а) на сфере; б) на сфере с двумя ручками.

▷ Как объяснялось на лекции, если векторное поле на поверхности имеет конечное число особых точек, то сумма их индексов равна эйлеровой характеристике поверхности.

**Задача 8.4.** На компактной поверхности с краем имеется векторное поле, которое на краю направлено внутрь поверхности. Докажите, что если у поля конечное число особых точек, то сумма их индексов равна эйлеровой характеристике.

**Задача 8.5.** Постройте векторное поле на  $S^{2k-1}$  без особых точек.

\* \* \*

**Задача 8.6.** Две непрерывные кривые в квадрате, соединяющие его противоположные вершины, имеют общую точку. (Указание: припомните теорему Брауэра.)