

*Задача 1.* Точка ноль является особой точкой векторных полей фазовых потоков  $g_1^t$ ,  $g_2^t$ . Пусть эти потоки дифференцированно эквивалентны, т.е.  $h \circ g_1^t = g_2^t \circ h$  для некоторого диффеоморфизма  $h$ , при чем  $h(0) = 0$ . Будут ли фазовые потоки линеаризаций этих векторных полей в нуле линейно эквивалентны?

*Задача 2.* Какие из положений равновесия для векторного полей на плоскости:  $y \frac{\partial}{\partial x} - \sin x \frac{\partial}{\partial y}$ ,  $y \frac{\partial}{\partial x} - x^n \frac{\partial}{\partial y}$  устойчивы по Ляпунову? асимптотически устойчивы?

*Задача 3.* Верно ли, что из устойчивости по Ляпунову линеаризации в неподвижной точке вытекает устойчивость по Ляпунову для исходного уравнения?

*Задача 4.* Пусть  $A, B$  операторы на плоскости с ненулевыми чисто мнимыми собственными числами. Верно ли, что соответствующие линейные векторные поля  $\dot{x} = Ax$  и  $\dot{x} = Bx$  топологически эквивалентны?

*Задача 5.* Пусть  $f$  – квадратичная форма, и квадратичная форма  $L_{Ax}f$  положительно определена. Докажите, что если все абсолютные значения всех коэффициентов оператора  $B$  достаточно малы, то  $L_{Ax+Bx}f$  также будет положительно определенной квадратичной формой.

*Задача 6.* Пусть  $f$  – положительно определенная квадратичная форма на  $\mathbb{R}^n$  и для оператора  $A$  выполняется условие  $(L_{Ax}f)(x) > 0$  при  $x \neq 0$ . Зададим отображение  $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  условием:  $h$  неподвижно на сфере  $S = \{x | f(x) = 1\}$ ,  $f(e^{At}x) = e^t x$  при всех  $t, x \in S$  и  $h(0) = 0$ . Докажите, что  $h$  – гомеоморфизм  $\mathbb{R}^n$ .

*Задача 7.* Пусть точка  $0$  – особая точка для гладкого поля  $v$ , и линеаризация поля  $v$  в точке ноль равна нулю. Докажите (или опровергните), что для любой положительно определенной квадратичной формы  $f$  и  $c > 0$  найдется такая окрестность нуля, что  $|L_v f(x)| \geq cf(x)$  при всех  $x$  из этой окрестности.