ПРОГРАММА ЗАЧЕТА

Каждый теоретический вопрос (см. ниже) содержит название или формулировку утверждения, которое нужно уметь доказывать. Предполагается, что необходимые определения и вспомогательые утверждения студент сформулирует самостоятельно.

1. $\partial^2 = 0$ в сингулярном комплексе.
2. Гомологии являются функтором из гомотопической категории в категорию градуированных модулей. Аналогичная теорема для относительных гомологий.
3. Барицентрическое подразделение — морфизм сингулярных комплексов, действующий тривиально на гомологиях.
4. Гомологии, подчиненные покрытию, изоморфны сингулярным.
5. Теорема Бокштейна. Точность последовательности Майера–Виеториса.
6. Действие отображения букетов сфер одной размерности на гомологии.
7. Коммутативность высших гомотопических групп.
8. $\pi_n(S^n) = \mathbb{Z}$.
9. Относительные гомологии клеточной пары равны приведенным гомологиям фактора.
10. Дифференциал в клеточном комплексе совпадает с отображением из точной последовательности тройки, состоящей из трех последовательных остовов.
11. Гомологии клеточного комплекса равны гомологиям сингулярного комплекса.
12. Степень ограничения гладкого отображения $\varphi : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$, $\varphi(0) = 0$, на малую сферу вокруг нуля равна знаку числа $\det \varphi'(0)$.
13. Лемма о вырезании.
14. Ориентирующее накрытие гладкого многообразия является двулистным накрытием. Оно тривиально тогда и только тогда, когда на многообразии существует ориентированный атлас.
15. Старшие гомологии компактного связного ориентируемого многообразия равны $\mathbb{Z}$. Аналогичная теорема с коэффициентами в $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$.
16. Степень гладкого отображения компактных связных ориентированных многообразий равна сумме знаков прообразов регулярного значения.
17. Когомологическое умножение билинейно, ассоциативно и суперкоммутативно.
18. Связь умножения в когомологиях с операцией $\times$ на клеточных комплексах.

Литература

Большая часть материала покрывается книгой А.Хатчера “Алгебраическая топология” (см., например, https://nashol.com/2014020475621/algebraicheskaya-topologiya-hatcher-a-2011.html). Также см. книгу Фукса и Фоменко “Курс гомотопической топологии”. Разумеется, объем любой из этих книг (да и любого учебника топологии) значительно превосходит объем курса.