

## Симметрии многоугольников и многогранников

▷ Напомним, что группа изометрий фигуры состоит из всех ее биекций на себя, сохраняющих расстояния между точками.

**Задача 1.1.** Сколько элементов в группе изометрий а) квадрата; б) правильного  $n$ -угольника? Коммутативны ли эти группы?

▷ Группа остатков по модулю  $n$  (с операцией сложения) обозначается далее  $\mathbb{Z}/n$ .

**Задача 1.2.** Предъявите фигуру, группа изометрий которой изоморфна а)  $\mathbb{Z}/2$ ; б)  $\mathbb{Z}/3$ ; в)  $\mathbb{Z}/4$ .

**Задача 1.3.** Найдите композицию отражений относительно двух данных прямых на плоскости.

**Задача 1.4.** Существует ли фигура на плоскости, группа изометрий которой изоморфна а)  $\mathbb{Z}/2 \times \mathbb{Z}/2$ ; б)  $\mathbb{Z}/2 \times \mathbb{Z}/2 \times \mathbb{Z}/2$ ?

**Задача 1.5.** Постройте нетривиальный гомоморфизм из группы вращений тетраэдра в группу перестановок 4 элементов. Является ли он изоморфизмом?

**Задача 1.6.** Постройте нетривиальный гомоморфизм из группы изометрий куба в группу перестановок 4 элементов. Является ли он изоморфизмом?

**Задача 1.7.** Какое минимальное число отражений порождают всю группу изометрий а) (правильного) тетраэдра; б) куба?

**Задача 1.8.** Докажите, что группы изометрий куба и (правильного) октаэдра изоморфны.

**Задача 1.9\*.** Является ли геометрия (тетраэдр; вращения тетраэдра) подгеометрией геометрии (додекаэдр; вращения додекаэдра)?