

## Сферическая геометрия

▷ Напомним, что *точки* в сферической геометрии — это точки евклидовой сферы в трехмерном пространстве радиуса  $R$ ; *прямые* — *большие окружности* (сечения сферы плоскостями, проходящими через ее центр); *расстояние* между двумя точками — евклидова длина меньшей из дуг большой окружности, соединяющей эти точки..

**Задача 5.1.** а) Биссектрисы сферического треугольника пересекаются в одной точке.

б) Медианы сферического треугольника пересекаются в одной точке.

в\*) Высоты сферического треугольника пересекаются в одной точке (приведите контр-пример, уточните утверждение и докажите его).

**Задача 5.2.** а) Чему в сферической геометрии равна длина  $l(r)$  окружности радиуса  $r$ ? Больше она или меньше, чем в Евклидовой геометрии?

б) Найдите площадь  $s(r)$  сферического круга радиуса  $r$ .

**Задача 5.3.** Для прямоугольного треугольника с катетами  $a$  и  $b$  и гипотенузой  $c$  выполняется *эллиптическая теорема Пифагора*:

$$s(c) = s(a) + s(b) - \frac{s(a)s(b)}{2\pi R^2}$$

**Задача 5.4.** Для произвольного сферического треугольника (при  $R = 1$ )

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos \gamma \quad (\text{теорема косинусов});$$

$$\cos \gamma = -\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \cos c \quad (\text{двойственная теорема косинусов}).$$

В частности, стороны треугольника можно восстановить по его углам.

**Задача 5.5.** Какими правильными многоугольниками можно замостить сферу?