

Семинар 14. Домашний Экзамен

Решения отправлять на почту $\langle khoroshkin@gmail.com \rangle$ не позднее 23.59 вторник 15 декабря 2020г. Каждая задача оценивается, как 10 баллов, то есть на полный балл достаточно решить 5 задач.

Итоговые правила выставления оценки такие же, как в прошлом семестре: Суммируется ваш процент сданных задач за листочки (можно посмотреть в кондуите) и количество баллов за экзамен. На оценку отлично достаточно получить 140, на оценку хорошо – 100, на оценку удовлетворительно – 60.

Задача 14.1. Опишите максимальные идеалы в кольце $\mathbb{R}[x, y]$.

Задача 14.2. На сколько неприводимых сомножителей раскладывается над полем \mathbb{F}_{q^n} неприводимый над \mathbb{F}_q многочлен степени mn .

Задача 14.3. Приведите пример расширения Галуа поля \mathbb{Q} с группой Галуа, изоморфной

- (а) группе $\text{Aff}_1(\mathbb{F}_5)$ – аффинных преобразований прямой над \mathbb{F}_5 ;
- (б) группе диэдра D_5 .

Задача 14.4. Опишите группу автоморфизмов $\mathbb{F}_{25}(\sqrt[7]{t})$ над $\mathbb{F}_{25}(t)$.

Задача 14.5. Покажите, что расширение $\mathbb{Q}(i, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{11})/\mathbb{Q}(i, \sqrt{2}, \sqrt{3})$ является расширением Галуа, вычислите его группу Галуа и опишите все промежуточные подполя.

Задача 14.6. Докажите, что алгебра $\text{Mat}_3(\mathbb{Q}(\sqrt[4]{2})) \otimes \text{Mat}_2(\mathbb{Q}(\sqrt[10]{8}))$ – полупроста и разложите её в сумму простых.