

ПРОГРАММА ЗАЧЕТА

В программе (кроме раздела “Примеры”) приведены утверждения, которые нужно доказать. Предполагается, что сдающий зачет самостоятельно подберет необходимые определения и вспомогательные факты (леммы).

Алгебраические вопросы — такая же часть зачета, что и топологические. Вопросы из раздела “Примеры” отдельно задавать не будут, но без них — что за топология?

Звездочкой отмечены супервопросы. Они в основном не сложнее обычных, но на лекциях не разбирались. Их будут задавать только желающим.

1. Вспомогательные факты из алгебры.
 - 1.1. Теорема Бокштейна.
 - 1.2. Цепная гомотопия — иорфизм комплексов, порождающий нулевой морфизм в гомологиях.
 - 1.3. 5-лемма.
 - 1.4. *Формула универсальных коэффициентов.
2. Основные теоремы.
 - 2.1. $\partial^2 = 0$ в сингулярном комплексе.
 - 2.2. Гомоморфизм f_* не меняется при гомотопии отображения f .
 - 2.3. Точность последовательности Майера–Виеториса, *включая относительный вариант.
 - 2.4. Лемма о вырезании, *включая относительный вариант.
 - 2.5. Ориентирующее накрытие является накрытием; оно тривиально тогда и только тогда, когда многообразие ориентируемо.
 - 2.6. Старшие гомологии компактного *и некомпактного многообразия.
 - 2.7. Степень гладкого отображения сфер *и произвольных многообразий равна сумме знаков прообразов любого регулярного значения.
 - 2.8. Лемма Борсука.
 - 2.9. $\partial^2 = 0$ в клеточном комплексе.
 - 2.10. Клеточные гомологии изоморфны сингулярным.
 - 2.11. Свойства умножения когомологий: ассоциативность, суперкоммутативность и естественность.
 - 2.12. Упрощенная *и полная формула Кюннета.
3. Важные примеры.
 - 3.1. Теорема Брауэра.
 - 3.2. Сферы разных размерностей не гомеоморфны. \mathbb{R}^n разных размерностей не гомеоморфны. Многообразия разных размерностей не гомеоморфны.
 - 3.3. Клеточное разбиение и гомологии сферы с ручками, проективного пространства, *грассманиана.
 - 3.4. Умножение в когомологиях проективных пространств.