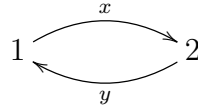


Экзамен

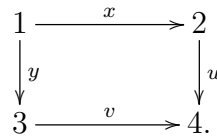
Поле k в задачах предполагается произвольным, а модули — правыми.

Задача 1. Пусть A — алгебра путей в колчане



с соотношением $xy = 0$. Нарисуйте колчан Ауслендера-Рейтен категории $\text{mod-}A$. Отметьте проективные, инъективные и простые модули, обозначьте, как действует перенос.

Задача 2. Пусть A — алгебра путей в колчане



с соотношением $ux = 0$. Является ли A кусочно-наследственной?

Задача 3. Пусть A — алгебра путей в колчане

$$1 \longrightarrow 2 \longrightarrow 3 \longrightarrow 4.$$

Рассмотрим $M = P_1 \oplus P_3 \oplus P_4 \oplus S_3$ — tilting модуль над A . Пусть $\text{mod-}A = (\mathcal{T}(M), \mathcal{F}(M))$ — соответствующая пара кручения. Опишите явно неразложимые модули из $\mathcal{T}(M)$ и $\mathcal{F}(M)$.

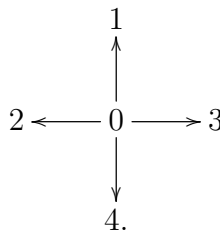
Задача 4. Пусть A и B — связные наследственные алгебры, $F: D^b(\text{mod-}A) \rightarrow D^b(\text{mod-}B)$ — эквивалентность. Верно ли, что при некотором $n \in \mathbb{Z}$ верно $F(\text{mod-}A) \subset D_{[n, n+1]}^b(\text{mod-}B)$?

Задача 5. Пусть A — алгебра из задачи 3. Положим

$$\mathcal{T} = \{M \mid M_3 = M_4 = 0\} \subset \text{mod-}A, \quad \mathcal{F} = \{M \mid M_1 = M_2 = 0\} \subset \text{mod-}A.$$

Покажите, что $(\mathcal{T}, \mathcal{F})$ — пара кручения на $\text{mod-}A$. Пусть \mathcal{H} — сердцевина перестроенной t -структуры на $D^b(\text{mod-}A)$. Опишите явно простые объекты в \mathcal{H} . Будет ли \mathcal{H} эквивалентна категории модулей над алгеброй?

Задача 6. Найдите исключительные регулярные представления колчана



Сколько их?

Экзамен домашний. Решения задач рекомендуется записывать ясно, понятно и полностью (но без ненужных подробностей). В задачах, предполагающих ответ, этот ответ необходимо явно записать. Можно пользоваться сведениями, рассказанными на лекциях, прочие факты нужно объяснять. Крайний срок сдачи решений — 26.12.2021 включительно.