

Замощения

Задача 5.1. а) Какими правильными многоугольниками (одинакового размера) можно замостить плоскость? б) Какие из них являются фундаментальной областью геометрии Коксетера в \mathbb{R}^2 ? Как выглядят соответствующие схемы Коксетера?

Задача 5.2. Является ли Γ -тетраминошка фундаментальной плиткой какого-либо правильного одностороннего замощения?

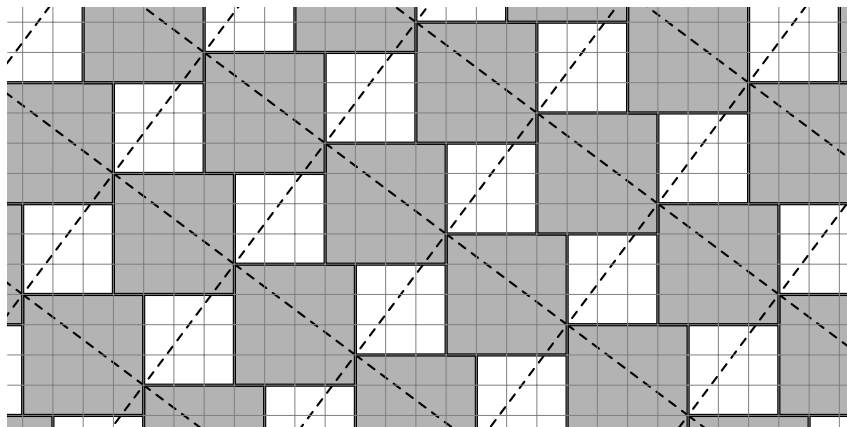
Задача 5.3. Определяет ли геометрию Коксетера группа преобразований, порожденная отражениями относительно граней правильного октаэдра?

▷ Напомним, что два многоугольника называется *равносоставленными*, если один можно разбить на многоугольные части и сложить из них другой.

Задача 5.4. Пусть два многоугольника являются фундаментальной плиткой для правильных замощений с одной и той же группой¹. Докажите, что они имеют одинаковую площадь — и даже более того, равносоставлены.

Задача 5.5. а) Выведите из предыдущей задачи, что параллелограммы с одинаковыми основанием и высотой равносоставлены. И то же для треугольников.

б) Выведите отсюда, что любые два многоугольника с одинаковой площадью равносоставлены (“теорема Бойяи–Гервина”).



¹Группы должны быть не просто изоморфными, а совпадать как множества движений!