

## Проективная геометрия

**Задача 12.1.** Запишите уравнение гиперболы  $x^2 - y^2 = 1$ , параболы  $y = x^2$ , окружности  $x^2 + y^2 = 1$  в однородных координатах и найдите все их точки на бесконечности.

**Задача 12.2.** Укажите какое-нибудь проективное преобразование, переводящее окружность  $x^2 + y^2 = 1$  в параболу  $y = x^2$ . Единственно ли оно?

**Задача 12.3\*.** а) Найдите (комплексные) однородные координаты точек проективной плоскости, через которые проходят все окружности.

б) Пусть три коники имеют пару общих точек. Любые две из них пересекаются еще по двум точкам — проведем через них по прямой. Докажите, что эти 3 прямые пересекаются в одной точке.

**Задача 12.4.** Дана окружность и точка не на окружности. Можно ли проективным преобразованием перевести окружность в себя, а точку — в центр окружности?

**Задача 12.5.** На листе бумаги отмечена точка  $A$  и нарисованы прямые, пересекающиеся в точке  $B$  вне листа. При помощи одной линейки нарисуйте на листе прямую  $AB$ .

▷ Совокупность касательных к данной кривой (рассматриваемая как кривая в двойственном пространстве) называется двойственной кривой.

**Задача 12.6.** Докажите, что при проективной двойственности коника переходит в конику.

**Задача 12.7.** а) Сформулируйте теорему, двойственную теореме Паскаля.

б) В треугольник вписана коника. Выведите из теоремы из предыдущего пункта, что отрезки, соединяющие вершины треугольника с точками касания противоположной стороны, пересекаются в одной точке.