

Метрическая топология

Задачи.

Дедлайн для задач 36 - 40 (можно сдвинуть, предупредив) : вторник, 28 декабря.

36. Пусть $k = \mathbf{F}_q(T)$. Постройте явно фундаментальную область для действия k^+ на \mathbf{A}_k и сосчитайте её меру

37. Проверьте, что отображение содержания $c : \mathbf{J}_k \rightarrow \mathbf{R}$ непрерывно.

38. Пусть K/k - сепарабельное расширение степени n . Формула $\mathbf{A}_K = K \otimes_k \mathbf{A}_k$ задает на \mathbf{A}_K структуру n -мерной \mathbf{A}_k -алгебры и определяет гомоморфизмы $i : \mathbf{A}_k \rightarrow \mathbf{A}_K$; $x \mapsto 1 \otimes x$ и $N_{K/k} : \mathbf{A}_K \rightarrow \mathbf{A}_k$; $y \mapsto \det y$. Как связаны содержания идеалов $c(x)$ и $c(i(x))$? $c(y)$ и $c(N_{K/k}(y))$?

39. Вычислите связную компоненту (в топологическом смысле) единичного элемента группы \mathbf{J}_k , если а) $k = \mathbf{Q}$; б) $k = \mathbf{Q}(\sqrt{d})$, $d < 0$; в)* $k = \mathbf{Q}(\sqrt{d})$, $d > 0$.

40. Докажите, что любая открытая подгруппа конечного индекса в C_k содержит какую-нибудь конгруэнцподгруппу.

Упражнения.

Записывать и сдавать решения не нужно.

1. Докажите, что идеальная топология строго сильнее топологии на идеалах, как подмножестве аделей, и что \mathbf{J}_k не является открытым подмножеством \mathbf{A}_k .

2. Проверьте непосредственно, что из компактности $\mathcal{B}/\lambda(U_S)$ (см. доказательство теоремы о единицах) следует максимальность ранга $\lambda(U_S)$.