

Независимый Университет, осень 2021

Г.Б. Шабат,

## АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ КРИВЫЕ

Лекция 1 (9 сентября 2021) – план

### Что такое (алгебраическая) кривая? Исторический обзор.

**Предыстория.** Plimpton 322. Пифагоровы тройки в Вавилоне. Рациональная параметризация окружности. Конические сечения в Древней Греции. Механические и алгебраические кривые в эпоху Возрождения.

**Кубические кривые по Ньютону.** Общее уравнение плоской аффинной кубики. Вещественная классификация. Асимптоты и перегибы. Наблюдения о точках перегиба. О рациональных точках плоских кубик.

**Алгебраические кривые в 19-м веке.** О работах Абеля и Якоби. Комплексификация и проективизация. Однородные уравнения; степень кривой. Античный конус как плоская коника. Двойственные кривые. Инволютивность операции перехода к двойственной кривой; возникающие особенности.

**Абелевы интегралы.** Длина дуги эллипса. Эллиптический интеграл в тригонометрической форме

$$\int \sqrt{a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi} \, d\varphi$$

Канонические виды интегралов 1-го и 2-го рода. Кривая

$$\mathbb{E}_k : v^2 = (1 - u^2)(1 - k^2 u^2)$$

и интегралы вида  $\int \frac{du}{v}$ ,  $\int \frac{u^2 du}{v}$ .