

Независимый Московский Университет,
Алгебраические кривые, осень 2021

1

1.1. Найдите в каких-либо источниках пифагоровы тройки (a, b, c) из вавилонской глиняной таблички Plimpton 322. Найдите для них параметры m, n , для которых $a = m^2 - n^2, b = 2mn, c = m^2 + n^2$.

1.2. Опишите множества параметров $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3 \setminus \{(0, 0, 0)\}$, для которых пересечение плоскости, заданной в \mathbb{R}^3 уравнением $ax + by + cz = 1$, с конусом, заданным в \mathbb{R}^3 уравнением $x^2 + y^2 = z^2$, имеют заданный тип.

1.3. Задайте параметрическое уравнение циклоиды.

1.4. Приведите пример гладкой плоской вещественной кубики с тремя точками перегиба, лежащими на одной прямой.

1.5. Сколько точек перегиба у общей плоской кватрики?

1.6. Напишите уравнение какой-либо гладкой плоской проективной кубики \mathbf{X} , а затем – уравнение двойственной кривой \mathbf{X}^* . Убедитесь, что $\mathbf{X}^{**} = \mathbf{X}$.

1.7. Пусть $k \in \mathbb{R}$, причём $0 \leq k < 1$. Разложите интеграл

$$\int_{-1}^1 \frac{du}{\sqrt{(1-u^2)(1-k^2u^2)}}$$

в ряд по k .

9 сентября, Г.Б. Шабат