

Анализ-1 НМУ, 2024/25 гг.

Листок №1

- 1) нет рационального числа r , такого что $r^2 = 2$;
- 2) рациональные числа r_1, r_2 , такие что $r_1^2 < 2 < r_2^2$, могут быть сколь угодно близки;
- 3) определить разность и частное вещественных чисел, доказать их существование;
- 4) доказать законы арифметики для вещественных чисел: коммутативность, ассоциативность и дистрибутивность;
- 5) доказать обычные свойства неравенств для вещественных чисел;
- 6) доказать **лемму о вложенных отрезках**: любая последовательность вложенных отрезков имеет общую точку;
- 7) из интервала $(0, 1)$ выкидывают отрезок $[1/3, 2/3]$. Каждый из двух оставшихся интервалов делят на 3 части и выкидывают средний отрезок. Есть ли точка, которая останется на любом шаге процесса?
- 8) объединение и конечное пересечение открытых множеств открыто;
- 9) пересечение и конечное объединение замкнутых множеств замкнуто;
- 10) отрезок является компактом;
- 11) вывести обычную арифметику комплексных чисел.
- 12) определить открытые и замкнутые множества комплексных чисел и доказать, что для них верны утверждения задач 8 и 9.

План лекции №1.

Вещественные числа. Топология прямой.

Дедекиндовы сечения. Существование не рационального сечения. Вещественные числа. Арифметические законы и порядок в вещественных числах. Открытые и замкнутые множества, предельные точки. Компакты на прямой. Комплексные числа.