

Листок №10

1) пусть  $I_n = \int \frac{du}{(1+u^2)^n}$ . Доказать, что при  $n > 1$

$$I_n = \frac{u}{2(n-1)(1+u^2)^{n-1}} + \frac{(2n-3)}{2(n-1)}I_{n-1} + C;$$

2) доказать, что несобственный интеграл линеен относительно подынтегральной функции и аддитивен по отношению к объединению непересекающихся областей интегрирования;

3) вычислить

$$\int \frac{e^{3t} + 1}{e^t + 1} dt; \quad \int \frac{\sqrt{x+1}}{x} dx;$$
$$\int \frac{3}{x^3 - 1} dx; \quad \int \frac{dx}{3 + \cos x}$$

4) а) разложить на множители  $x^4 + 1$  методом неопределённых коэффициентов:  $x^4 + 1 = (x^2 + Ax + 1)(x^2 + Bx + 1)$ ;

б) вычислить  $\int \frac{dx}{x^4 + 1}$ ;

5) Исследовать на сходимость

$$\int_0^1 \frac{dx}{x^p}; \quad \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^p}; \quad \int_0^{\infty} \sin x dx;$$

Рекомендуется изучить как можно подробнее главу "Неопределённый интеграл" задачника Демидовича.

**План лекции №10. Несобственные интегралы.**

**Стандартные приёмы интегрирования.**

Исчерпания простыми множествами и несобственные интегралы. Интегрирование рациональных функций вещественного переменного и их суперпозиций с экспонентой, тригонометрическими функциями и некоторыми радикалами.