

Анализ-1 НМУ, 2024/25 гг.

Листок №5

- 1) доказать, что
 - а) непрерывная функция переводит отрезок в отрезок;
 - б) обратная к непрерывной строго монотонной функции также строго монотонна и непрерывна;
 - в) $\ln x$ – непрерывная строго возрастающая функция;
- 2) исходя из определения $\cos \phi = \operatorname{Re} e^{i\phi}$, $\sin \phi = \operatorname{Im} e^{i\phi}$ доказать формулы сложения тригонометрических функций:
$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$
$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$
$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x; \sin 2x = 2 \sin x \cos y;$$
- 3)
 - а) $e^{\bar{z}} = \overline{e^z}$, $z \in \mathbb{C}$;
 - б) $|e^{i\phi}| = 1$, $\phi \in \mathbb{R}$;
 - в) $\cos^2 \phi + \sin^2 \phi = 1$;
- 4)
 - а) Выписать ряды для $\cos x$ и $\sin x$ (найти формулы общих членов);
 - б) доказать, что $\cos 2 < 0$;
 - в) доказать, что ряды для $\cos x$ и $\sin x$ абсолютно сходятся.

План лекции №5.

Функции, непрерывность (продолжение).

Основные свойства непрерывных функций. Экспонента и натуральный логарифм. Экспонента и тригонометрические функции. Число π , формула Эйлера и периодичность. Равномерная непрерывность.