Формальные языки. Лист 1.

17/09/2024

Задача 1. Докажите, что класс языков распознаваемых ДКА совпадает с классом языков, распознаваемых КА.

Задача 2. Докажите, что класс регулярных языков замкнут относительно пересечения и дополнения, а класс нерегулярных не замкнут относительно объединения и конкантенации.

Задача 3. Найдите МН классы и постройте (не обязательно минимальный) автомат для следующих языков

а) $(a^n)^*$

б) $\Sigma^* A \Sigma^*$, где $A-$ произвольное конечное множество.

Задача 4. Докажите, что существует нерегулярный язык удовлетворяющий лемме о накачке.

Задача 5. Докажите, что существует нерегулярный язык с рациональной производящей функцией.

Задача 6. Докажите, что для регулярного языка L и достаточно больших k верно, что

$$|L \cap \Sigma^k| = p_1(k)\lambda_1^k + ... + p_N(k)\lambda_N^k,$$

где $p_i(k)$ - многочлены с комплексными коэффициентами, $\lambda_i \in \mathbb{C}$

Задача 7. Докажите, что в случае унарного языка лемма о накачке является критерием.

Задача 8. Докажите, что язык L регулярен тогда и только тогда, когда существует $k > 0$ такое, что для любого слова $\omega \in L$ длины больше k существуют слова x, y, z такие, что $\omega = xyz$ и

$|y| > 0$

$|xy| \leq k$

$uxv \in L \Leftrightarrow uxy^i v \in L$ для любых $u, v \in \Sigma^*$ и $i \in \mathbb{N}$.

Задача 9. Докажите, что если ДКА A_1 и A_2 имеют $n1 \geq 1$ и $n2 \geq 1$ состояний соотвественно, то минимальный ДКА, принимающий язык $L(A_1)L(A_2)$, имеет не более $n_1 2^{n_2} - 2^{n_2 - 1}$ состояний. Приведите пример, на котором достигается равенство.

Задача 10. Будем говорить, что регулярное выражение α *просто звездное*, если звездочка Клини прмменяется только к подвыражениям, язык которых состоит не более чем из одного элемента. Докажите, что регулярный язык L просто звездный тогда и только тогда, когда L растет полиномиально.