

Формальные языки. Лист 2.

06/11/2024

- Задача 1.** а) Докажите, что гомоморфизм алгебр α является вложением тогда и только тогда, когда $\ker \alpha = \Delta$.
б) Рассмотрим два гомоморфизма $\alpha : \mathbb{A} \rightarrow \mathbb{B}$ и $\beta : \mathbb{A} \rightarrow \mathbb{C}$ такие, что $\ker \beta \subset \ker \alpha$ и β - сюръекция, покажите, что существует гомоморфизм $\gamma : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{B}$ такое, что $\alpha = \gamma \circ \beta$
- Задача 2.** Опишите все подпрямые неразложимые моно-унарные алгебры (алгебры, у которых только один унарный функциональный символ).
- Задача 3.** Опишите все подпрямые неразложимые абелевы группы.
- Задача 4.** Докажите, что
- а) $SH \leq HS$
 - б) $PS \leq SP$
 - в) $PH \leq HP$
- Задача 5.** Опишите явно многообразие а) групп и б) моноидов, порожденное $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$. Найдите явно такое множество Σ , что $M(\Sigma) = V(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$.
- Задача 6.** Докажите, что $HS \neq SH$, $HP \neq IPH$, $ISP \neq IPS$.
- Задача 7.** Пусть решетка \mathbb{L} задана как $\langle 0, a, b, 1 \rangle$, где 0 - наименьший, 1 - наибольший, $a \wedge b = 0$, $a \vee b = 1$. Докажите, что \mathbb{L} удовлетворяет универсальному свойству для класса решеток над $\{a, b\}$.
- Задача 8.** Пусть $\mathbb{A} = \langle \omega, f \rangle$ моно-унарная алгебра, где $f(n) = n + 1$. Докажите, что \mathbb{A} удовлетворяет универсальному свойству для класса моно-унарных алгебр над $\{0\}$.
- Задача 9.** Пусть $V = V(\mathbb{A})$ и $X \neq \emptyset$ докажите, что $\mathbb{F}_V(\overline{X})$ может быть вложена в $\mathbb{A}^{|A|^{|X|}}$.
- Задача 10(*).** Докажите, что существует ровно 18 различных операторов вида $IO_1 \dots O_n$, где $O_i \in \{H, S, P\}$