

## Формальные языки. Лист 2.

06/11/2024

- Задача 1.** а) Докажите, что гомоморфизм алгебр  $\alpha$  является вложением тогда и только тогда, когда  $\ker \alpha = \Delta$ .  
б) Рассмотрим два гомоморфизма  $\alpha : \mathbb{A} \rightarrow \mathbb{B}$  и  $\beta : \mathbb{A} \rightarrow \mathbb{C}$  такие, что  $\ker \beta \subset \ker \alpha$  и  $\beta$  - сюръекция, покажите, что существует гомоморфизм  $\gamma : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{B}$  такое, что  $\alpha = \gamma \circ \beta$
- Задача 2.** Опишите все подпрямые неразложимые моно-унарные алгебры (алгебры, у которых только один унарный функциональный символ).
- Задача 3.** Опишите все подпрямые неразложимые абелевы группы.
- Задача 4.** Докажите, что
- а)  $SH \leq HS$
  - б)  $PS \leq SP$
  - в)  $PH \leq HP$
- Задача 5.** Опишите явно многообразие а) групп и б) моноидов, порожденное  $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$ . Найдите явно такое множество  $\Sigma$ , что  $M(\Sigma) = V(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$ .
- Задача 6.** Докажите, что  $HS \neq SH$ ,  $HP \neq IPH$ ,  $ISP \neq IPS$ .
- Задача 7.** Пусть решетка  $\mathbb{L}$  задана как  $\langle 0, a, b, 1 \rangle$ , где  $0$  - наименьший,  $1$  - наибольший,  $a \wedge b = 0$ ,  $a \vee b = 1$ . Докажите, что  $\mathbb{L}$  удовлетворяет универсальному свойству для класса решеток над  $\{a, b\}$ .
- Задача 8.** Пусть  $\mathbb{A} = \langle \omega, f \rangle$  моно-унарная алгебра, где  $f(n) = n + 1$ . Докажите, что  $\mathbb{A}$  удовлетворяет универсальному свойству для класса моно-унарных алгебр над  $\{0\}$ .
- Задача 9.** Пусть  $V = V(\mathbb{A})$  и  $X \neq \emptyset$  докажите, что  $\mathbb{F}_V(\overline{X})$  может быть вложена в  $\mathbb{A}^{|A|^{|X|}}$ .
- Задача 10(\*).** Докажите, что существует ровно 18 различных операторов вида  $IO_1 \dots O_n$ , где  $O_i \in \{H, S, P\}$