Экзамен по математическому анализу, 1 курс, осень 1997

(пересдача 14.02.98)

С. М. Натанзон, С. В. Дужин, С. В. Чмутов

1. Сосчитать предел

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{\sin\frac{\pi}{n}+\sin\frac{2\pi}{n}+\ldots+\sin\frac{(n-1)\pi}{n}}{n}\right).$$

2. Пусть $f\in C^\infty(\mathbb{R})$ и $f(x_1)=\ldots=f(x_n)=0$. Доказать, что для каждого значения $x\in\mathbb{R}$ существует точка $\xi_x\in\mathbb{R}$ такая, что

$$f(x)=\frac{(x-x_1)(x-x_2)\cdots(x-x_n)}{n!}f^{(n)}(\xi_x).$$

3. Найти неопределенный интеграл

$$\int\frac{dx}{(x^2+1)\sqrt{1-x^2}}.$$

4. Вычислить определенный интеграл

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\frac{3}{(5-4\cos x)}\,dx.$$

5. Исследовать на сходимость ряд

$$\left(\frac{1}{2}\right)^p+\left(\frac{1\cdot3}{2\cdot4}\right)^p+\left(\frac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}\right)^p+\ldots$$

в зависимости от значания параметра p.

6. Нарисовать кривую

$$x=\frac{6t}{t^3+1},\quad y=\frac{6t^2}{t^3+1}.$$

Указать ее ветви, асимптоты, особые точки.

typeset by S. V. Duzhin, `duzhin@botik.ru`