НМУ, Экзамен по топологии за 1-й семестр, 7.3.2000.
17.30–20.30, 1-й вариант

1. Сформулируйте и докажите теорему о топологической классификации ориентируемых поверхностей.

2. Можно ли тором трехлистно накрыть a) крендель; b) плоскость; c) тор.

3. Опишите группу гомотопических классов отображений окружности в диск с двумя дырками.

4. Приведите пример графа, не вложимого в лист Мебиуса (с доказательством).

5. Существует ли на кренделе типичное (=generic) векторное поле с 4 седлами, 2 центрами и 3 узлами?

НМУ, Экзамен по топологии за 1-й семестр, 15.02.2000.
17.30–20.30, 5-й вариант

1. Докажите теорему Пуанкаре: сумма индексов особых точек векторного поля общего положения на ориентируемой поверхности равна эйлеровой характеристике этой поверхности.

2. Укажите все пары многообразий M, N из приведенного ниже списка, для которых существует накрытие $p : M \to N$: тор T^2, бутылка Клейна K^2, связная сумма $\mathbf{R}P^2\sharp\mathbf{R}P^2\sharp\mathbf{R}P^2\sharp\mathbf{R}P^2$.

3. Опишите группу гомотопических классов отображений $S^1 \to T^2$.

4. Докажите, что полный граф с 100 вершинами а) вложим в сферу с некоторым количеством ручек; б) не вложим в бутылку Клейна.

5. Докажите, что любое кусочно-линейное вложение $f : S^1_1 \sqcup S^1_2 \to \mathbf{R}^4$ изотопно такому, для которого образы окружностей S^1_1 и S^1_2 лежат в непересекающихся шарах.

НМУ, Экзамен по топологии за 1-й семестр, 15.02.2000.
17.30–20.30, 2-й вариант

1. Докажите Основную теорему топологии: существует взаимно однозначное соответствие между множеством гомотопических классов отображений $S^1 \to S^1$ и множеством целых чисел.

2. Укажите все пары многообразий M, N из приведенного ниже списка, для которых существует накрытие $p : M \to N$: тор T^2, бутылка Клейна K^2, проективная плоскость $\mathbf{R}P^2$.

3. Докажите, что любая двумерная поверхность с непустым краем гомотопически эквивалентна букету окружностей.

4. Докажите, что полный граф с 100 вершинами а) вложим в сферу с некоторым количеством пленок Мебиуса; б) не вложим в тор.

5. Докажите, что любое кусочно-линейное вложение $S^1 \to \mathbf{R}^4$ изотопно стандартному.