01.2.28/

ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Задачи-3.

1. Есть ли делители нуля в кольце
(а) функций, голоморфных в данной области;
(б) вещественных функций, гладких на данном интервале;
(в) сходящихся степенных рядов;
(г) формальных степенных рядов?

2. Какие из следующих колец локальны?
(а) Кольцо гладких вещественных функций в данной области;
(б) Кольцо голоморфных функций в данной области;
(в) Кольцо (ростков) функций, голоморфных в какой-либо окрестности данной точки;
(г) Кольцо сходящихся степенных рядов;
(д) Кольцо формальных степенных рядов.

3. Постройте пример голоморфной функции, продолжающейся вдоль радиусов на границу своего круга сходимости и разрывной на этой границе.

4. Приведите пример гладкой вещественной функции, которая не является ограничением на вещественную ось никакой голоморфной функции.

5. Пусть $f(z) = \frac{z}{e^z - 1}$. Вычислите производную $f^{(2001)}(0)$.

6. Пусть ряд Тэйлора голоморфной функции f имеет рациональные коэффициенты и ненулевой свободный член. Можно ли утверждать то же самое относительно функции $\frac{1}{f}$?

7. Приведите пример фундаментальной последовательности неповторяющихся комплексных чисел, области в комплексной плоскости и ненулевой функции, голоморфной в этой области и обращающейся в ноль на этой последовательности.

Г.Б.Шабат, Н.Я.Амбург, Е.М.Крейнес.