ГОМЕОМОРФИЗМ И ГОМОТОПИЧЕСКАЯ ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ

Расклассифицируйте выписанные ниже топологические пространства с точностью до гомеоморфизма и до гомотопической эквивалентности. При доказательствах можно пользоваться тем фактом, что окружность гомотопически не эквивалентна точке.

Указания. 1) При доказательствах можно пользоваться тем фактом, что окружность гомотопически не эквивалентна точке. 2) Ответ в пп. 5, 6 и 8: пространства гомеоморфны. 3) Для решения пункта 9 нужны результаты пп. 7 и 8.

1) Точка; две точки (с дискретной топологией); прямая; плоскость; полуплоскость (открытая); прямая без точки. 2) Заглавные буквы русского алфавита (в стандартном начертании). 3) Множество пар точек на плоскости; множество пар различных точек на плоскости; множество ненулевых векторов на плоскости; окружность; множество ненулевых комплексных чисел; множество многочленов вида x^2+px+q без кратных корней; $\{(a,b)\in\mathbb{C}^2 \mid a^2\neq b\}$. 4) Цилиндр $S^1\times[0,1]$ и лист Мебиуса (с границей). 5) Окружность S^1 и окружность, все пары противоположных точек на которой отождествлены. 6) Квадрат, у которого противоположные стороны склеены с сохранением ориентации; плоскость $\mathbb{R}^2$, профакторизованная по действию группы $\mathbb{Z}^2$ параллельными переносами (на векторы с целыми координатами); $S^1\times S^1$. 7) Окружность; полноторие (бублик, вместе с коркой); декартово произведение окружности и круга (замкнутого); $\{(z,w)\in\mathbb{C}^2 : |z|^2+|w|^2=1, |z|\leq|w|\}$. 8) Полноторие без точки и дополнение в $\mathbb{R}^3$ к стандартно вложенному полноторию. 9) Сфера S^3 и два полнотория, склеенные по гомеоморфизму границ, меняющему местами параллель и меридиан. 10) Множество C_n наборов из n различных точек на плоскости и множество наборов $\tilde{C}_n\subset C_n$, центр тяжести которых лежит в начале координат. 11) $\tilde{C}_3$ и множество многочленов вида x^3+px+q без кратных корней.