Математический колледж НМУ

Экзамен по топологии
2 курс, IV семестр, 13 мая 2001 г.

1. Пусть X — клеточное пространство, A, B — его клеточные подпространства, такие, что $X = A \cup B$. Докажите, что если A, B — односвязны, а $C = A \cap B$ состоит ровно из двух компонент связности, то $\pi_1(X) = \mathbb{Z}$.

2. Математик М утверждает, что пространство неупорядоченных троек точек на окружности (не обязательно различных) гомотопически эквивалентно окружности. Прав ли он? (Ответ обоснуйте.)

3. Пусть X — клеточное пространство. Обозначим через P пространство непрерывных путей на X, ведущих из x в y, где $x, y \in X$ — некоторые фиксированные точки. Докажите равенство

$$\pi_1(P, *) \cong \pi_2(X, *).$$

4. Вычислите а) π_1 б) π_2 для пространства, полученного объединением двумерной сферы и (некоторого) ее диаметра.

5. Докажите, что граница ленты Мебиуса не является ее ретрактом, то есть не существует непрерывного отображения ленты Мебиуса на свою границу, неподвижного на границе.