Математический колледж НМУ

Экзамен по топологии

2 курс, IV семестр, 26 сентября 2001 г.

Задачи подготовленны на основе тех задач из предыдущих двух экзаменов, на которые не было представлено почти ни одного правильного решения. Решения задач в письменном виде положить не позднее четверга 4 октября 2001 в ячейку «Казарян М.Э.» в учебной части, либо лично вручить на семинаре.

1. Является ли граница ручки (двумерного тора без диска) ее ретрактом, иными словами, существует ли непрерывное отображение ручки на свою границу, тождественное на границе?

2. Найдите фундаментальную группу дополнения к незаузленной окружности, помещенной в $\mathbb{R}P^3$.

3. Пусть $M = S^1 \times S^1 \times S^1 \times S^1/S(4)$ — пространство неупорядоченных наборов из четырех точек на окружности. Постройте расслоение $M \to S^1$ этого пространства над окружностью. Верно ли, что π — гомотопическая эквивалентность?

4. а) Отображение $f : \mathrm{SO}(4) \to \mathrm{SO}(4)$ действует по правилу $f(A) = A^2$. Гомотопно ли это отображение тождественному? б) Тот же вопрос для отображения $f(A) = A^{-1}$.

5. M — пространство треугольников в $\mathbb{R}^3$ (неупорядоченных троек точек, не лежащих на одной прямой).

а) Найдите компактное пространство M_c, гомотопически эквивалентное M и постройте накрытие $M_c \to K$, где K — пространство, фундаментальная группа которого Вам известна.

б) Сколько элементов содержит фундаментальная группа пространства M?

в) Определите эту группу (задайте при помощи образующих и соотношений).