Задача 1. Пусть f — невырожденная симметрическая билинейная функция на пространстве размерности не менее 3. Доказать, что всякий изотропный вектор лежит в пересечении двух двумерных подпространств, на каждом из которых ограничение функции f невырождено.

Задача 2. Доказать, что размерность максимального изотропного подпространства относительно невырожденной симметрической билинейной функции равна наименьшему из ее положительного и отрицательного индексов инерции.

Задача 3. Доказать, что вещественная симметрическая матрица A может быть представлена в виде $A = C^t \circ C$, где C — квадратная матрица, тогда и только тогда, когда все главные миноры матрицы A неотрицательны.

Задача 4. Пусть q — невырожденная квадратичная функция на пространстве V над произвольным полем F. Доказать, что если существует ненулевой вектор $x \in V$, для которого $q(x) = 0$, то отображение $q : V \to F$ сюръективно.

Задача 5. Описать всевозможные собственные значения матриц Грамма для
а). симметрической формы;
б). симплектической формы.

Задача 6. Описать всевозможные собственные значения операторов
а). ортогональной группы;
б). симплектической группы.