Программа экзамена по алгебре

1 курс, весна 2003 г.

На зачете каждому студенту будет предлагаться по одному вопросу на темы «группы, поля, категории» и «теория представлений», и два вопроса по теме «линейная алгебра». После каждого вопроса указано примерное предполагаемое содержание ответа (темы, изучавшиеся на лекциях (номер лекции указан римскими цифрами), и задачи, изучавшиеся на семинарах (указана дата выдачи листка с задачами)).

- Группы, поля, категории.
  1. Разрешимые группы. — (I) 1.2, 2.2–2.4.
  2. Характеры групп. — (I) 3.1, 3.2, (15а) 13.
  3. Теорема Гильберта-90. — (I) 3.3, 3.4, 5.1, 5.2, (11ф) 4.
  4. Разрешимость уравнения в радикалах. — (I) 1.1, 1.3, 4.4, 4.5. (11ф) 1.
  5. Целые алгебраические числа. — (XI) 1.1–1.6, (22а) 3, 4.
  6. Категории. — (II) 1.1–1.5.
  7. Функторы. — (II) 3.1–3.3.
  8. Морфизмы функторов. — (II) 3.4–3.7, (18ф) 7, 8, (08а) 4.
  9. Универсальные объекты. — (II) 2.1–2.4.
  10. Произведения и копроизведения. — (II) 2.3.1–2.3.2, (18ф) 1, 2, (25ф) 7
  11. Задание группы образующими и соотношениями. — (II) 2.3.3, 2.4, (18ф) 3ab, 4, 5.
- Линейная алгебра.
  1. Двойственность. — (III) 1.1–1.9, (25ф) 1.
  2. Тензорное произведение. — (III) 2.1–2.5, (25ф) 2–4.
  3. Канонические изоморфизмы. — (III) 3.1, 3.2, (25ф) 5, 6.
  4. Билинейные формы. — (IV) 1.1–1.13, (4м) 2.
  5. Симметрические и знакопеременные формы. — (IV) 2.1–2.9, (4м) 1ab, 3.
  6. Эрмитовы формы. — (IV) 3.1–3.6, (4м) 1cd.
  7. Сигнатура. — (V) 1.1–1.3, (11м) 1.
  8. Положительная определенность. — (V) 2.1–2.7.
  9. Евклидова геометрия. — (V) 3.1–3.4, (11м) 3, 5.
  10. Ортогональная и унитарная группы. — (V) 4.1–4.5, 5, (11м) 6, 7a, (18м) 6b.
  11. Сопряженные операторы. — (VI) 1.1–1.6, 2.1–2.3.
  12. Спектральная теорема (эрмитов случай). — (VI) 3.1–3.4.
  13. Спектральная теорема (симметрический случай). — (VI) 5.1–5.3.
  14. Комплексификация и овеществление. — (VI) 4.1–4.5.
  15. Полярное разложение. — (VI) 6.1–6.3, (18м) 7.
  16. Тензоры. — (VII) 1.1–1.9.
  17. Симметрические и кососимметрические тензоры. — (VII) 2.1–2.10, (25м) 1.
  18. Пфаффианы. — (VIII) 1.1–1.5, (01а) 2.
  19. Уравнения Плюккера. — (VIII) 2.1–2.12, (01а) 5.
  20. Алгебры. — (VII) 3.1–3.8, (25м) 2, 6ab, 7.
- Теория представлений.
  1. Представления групп. — (IX) 1.1–1.9, 2.1, 2.2, (08а) 1, 7.
  2. Теорема Машке. — (IX) 3.1–3.6, (08а) 5.
  3. Лемма Шура. — (IX) 4.1–4.8, (15а) 5.
  4. Характеры представлений, соотношения ортогональности. — (X) 1.1–1.4, 2.1–2.7, (15а) 1abc.
  5. Следствия соотношений ортогональности. — (X) 3.1–3.8.
  6. Кольцо Гротендика. — (X) 4.1–4.3, (08а) 2, (15а) 2.
  7. Степени неприводимых представлений. — (XI) 1.7–1.9.
  8. Ограничение и индукция. — (XI) 2.1–2.9, (22а) 6, 8, 10, 12.
  9. Представления абелевых групп.
  10. Представления произведения групп. — (XI) 3.1–3.5.