ПОВЕРХНОСТИ

Задача 1. Верно ли, что тор с вырезанным диском гомотопически эквивалентен бутылке Клейна с вырезанным диском?

Задача 2. а) Из сферы с g ручками вырезали диск. Докажите, что полученное пространство гомотопически эквивалентно букету из некоторого числа окружностей, и найдите это число. б) А если вырезаны $a > 0$ дисков? в) Тот же вопрос для сферы с μ пленками Мебиуса и $a > 0$ вырезанными дисками.

Задача 3. Докажите, что каждая из следующих поверхностей (см. рис., штрихованные области вырезаются) гомотопически эквивалентна букету окружностей.

Задача 4. Докажите, что сфера с k ручками не гомеоморфна сфере с l ручками при $k \neq l$.

Задача 5. Разобъем стороны шестиугольника на пары, и зафиксируем ориентации сторон. Какие классические поверхности могут получиться при соответствующем отождествлении сторон?

Задача 6. Докажите, что поверхность, полученная приклиresponse ванием друг к другу по границе двух лент Мебиуса, гомеоморфна бутылке Клейна.

Задача 7. Докажите, что тор с дыркой (ручка), к которому приклеена по границе лента Мебиуса, гомеоморфен сфере с 3 лентами Мебиуса. Распространите этот результат на случай сферы с g ручками и μ лентами Мебиуса.

Задача 8. Вычислите фундаментальную группу букета двумерных сфер.

Задача 9. Пусть пространство X — двумерная сфера с двумя отождествленными точками. Опишите универсальное накрытие над X и вычислите группу $\pi_1(X)$.

Задача 10 (пространство Уайтхеда)**.** Вычислите фундаментальную группу следующего пространства (см. рис.):