СЕМИНАР 1

Задача 1. Опишите в терминах функций модули Верма для алгебры Гейзенберга $< x, \partial/\partial x, 1 >$ при
a) $\mathfrak{b} =< \partial/\partial x, 1 >$, $\mathfrak{n} =< \partial/\partial x + \mu >$,
b) $\mathfrak{b} =< \partial/\partial x + \mu x, 1 >$, $\mathfrak{n} =< \partial/\partial x + \mu x >$

Задача 2. Докажите неприводимость модуля Верма для многомерной алгебры Гейзенберга.

Задача 3. Докажите, что $\mathrm{Clif}\,(\mathbb{C}^{2n+1}) \cong \mathrm{Mat}_n \oplus \mathrm{Mat}_n$. Найдите все неприводимые представления.

Задача 4. Вычислите $\mathrm{Clif}\,(\mathbb{R})$ и $\mathrm{Clif}\,(\mathbb{R}^2)$ в зависимости от сигнатуры формы.

Задача 5. Докажите неприводимость модуля Верма для бесконечномерных алгебр Гейзенберга и Клиффорда.

Задача 6. Найдите коммутаторы выражений

$$A_n = \sum_{i+j=n} \psi_i \psi_j^*, \qquad n \neq 0.$$