СЕМИНАР 3

Задача 1. Опишите центральные расширения алгебры Ли векторных полей на окружности.

Задача 2. а) Докажите, что алгебра Ли sl_2 не имеет нетривиальных центральных расширений.
б) Докажите, что полупростые алгебры Ли не имеют нетривиальных центральных расширений.

Задача 3. Вычислите центральный заряд представления алгебры Вирасоро в полубесконечных формах
а) от присоединенного представления; б) от выражений вида $z^i(dz)^\lambda$.

Задача 4. Найдите особые векторы на уровне 1 и 2 в модулях Верма для алгебры Вирасоро.

Задача 5. В модуле Верма найдите порядок полюса по $z-w$ и опишите полярную часть выражения $\langle u^\vee\,|L(z)L(w)|\,u\rangle$.

Задача 6. Для заданных a, b найдите коммутаторы выражений

$$L_i^{a,b} = \sum_{\alpha+\beta=i} (a\alpha + b\beta)\,\psi_\alpha\psi^*_\beta$$