СЕМИНАР 9

Задача 1. Вычислите коммутаторы в супералгебре Ли, порожденной компонентами вертекс-операторов с импульсами $\pm\sqrt{3}$.

Задача 2. Докажите, что для пространств конформных блоков выполнено

$$\langle W_{k,\lambda_1}, \ldots, W_{k,\lambda_n} \rangle^{\mathbb{C}P^1}_{z_1,\ldots,z_n} \cong (\pi_{\lambda_1} \otimes \cdots \otimes \pi_{\lambda_n})^{\mathfrak{g}}$$

где W_{k,λ_i} — модули Вейля для $\widehat{\mathfrak{g}}$, а π_{λ_i} — конечномерные представления $\mathfrak{g}$ с соответствующими старшими весами.

Задача 3. Для интегрируемых представлений $\widehat{sl_2}$ вычислите

$$C^{l_1 l_2} = \dim \langle L_{k,l_1}, L_{k,l_2} \rangle^{\mathbb{C}P^1}_{0,\infty}, \qquad C_{l_1 l_2 l_3} = \dim \langle L_{k,l_1}, L_{k,l_2}, L_{k,l_3} \rangle^{\mathbb{C}P^1}_{0,1,\infty}$$

и докажите, что числа $C^a_{bc} = \sum_i C^{ai} C_{ibc}$ являются структурными константами ассоциативной алгебры.

Задача 4. Докажите, что ток $e(z)^{k+1}$ действует нулём на интегрируемые представления $\widehat{sl_2}$ со старшим весом уровня k.

Задача 5. Докажите конечномерность пространства $\langle L_1, \ldots, L_n \rangle^C_{z_1,\ldots,z_n}$, где L_i — интегрируемые представления $\widehat{\mathfrak{g}}$ со страшим весом, а C — компактная комплексная кривая. Что произойдет, если заменить L_i модулями Вейля?