Алгебры Клиффорда над $\mathbb{R}$

Будем обозначать через $\mathrm{Cl}_{p,q}$ алгебру Клиффорда для (невырожденной) квадратичной формы сигнатуры (p, q).

1. (Напоминание) Опишите $\mathrm{Cl}_{p,q}$ при $p + q \leqslant 2$.

2. Докажите, что если $p+q$ нечётно, то у алгебры $\mathrm{Cl}_{p,q}$ есть нетривиальный центр (размерности 2), а иначе центр одномерен (алгебра *центральна*). Опишите центр как алгебру в зависимости от (p, q).

3. Докажите, что имеют место изоморфизмы алгебр

$$\mathrm{Cl}_{p+2,q} = \mathrm{Cl}_{2,0} \otimes \mathrm{Cl}_{q,p},$$
$$\mathrm{Cl}_{p,q+2} = \mathrm{Cl}_{0,2} \otimes \mathrm{Cl}_{q,p},$$
$$\mathrm{Cl}_{p+1,q+1} = \mathrm{Cl}_{1,1} \otimes \mathrm{Cl}_{p,q}\,.$$

4. Опишите алгебры Клиффорда над $\mathbb{R}$ (для невырожденных форм).