В этом листочке p обозначает простое число.

1. Докажите, что группа порядка (**а**) p^2; (**б**) p^n имеет нетривиальный центр. (**в**) Докажите, что группа порядка p^2 коммутативна.

2. Сколько силовских p-подгрупп в группе S_p? Как использовать этот результат для доказательства теоремы Вильсона?

3. Докажите, что группа верхнетреугольных матриц с единицами на диагонали является силовской p-подгруппой в группе $GL_n(\mathbb{F}_p)$.

4. Опишите все группы порядка (**а**) 15; (**б**) 21.

5. Докажите, что группа порядка (**а**) 36; (**б**) 56; (**в**) 196 не является простой.

6. (**а**) Докажите, что группа A_5 проста. (**б**) Докажите, что группа A_n проста и при $n > 5$.

7. Докажите, что если H — подгруппа индекса k в группе G, то H содержит некоторую нормальную в G подгруппу, индекс которой является делителем $k!$.

8. (**а**) Докажите, что подгруппа индекса 2 нормальна. (**б**) Докажите, что подгруппа, индекс которой равен наименьшему простому делителю порядка группы, нормальна.