РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКЗАМЕНА ПО КУРСУ "МНОГООБРАЗИЯ И РАССЛОЕНИЯ" 19 СЕНТЯБРЯ 2004 Г.

Стоимость задач: Каждая задача оценивается в 1 балл, $\pm$— 3/4 балла, +/2— 1/2 балла, $\mp$— 1/4 балла.

Критерии оценок: "отлично" — $\geq$ 4 баллов, "хорошо" — $\geq$ 3 баллов, "удовлетворительно" — $\geq$ 2 баллов.

Курс засчитывается, если сдан экзамен и зачет.

С работами можно ознакомиться в учебной части. Вопросы по проверке задавать Ю.М.Бурману (burman@mccme.ru).

Фамилия И.О.	1	2	3	4	5	6	7	Сумма
*********	+	+	+	+	+	+	+	7
*********	+	+	−	$\pm$	+	0	0	3 3/4
*********	+/2	$\pm$	0	−	0	0	0	1 1/4
*********	+/2	+	$\pm$	$\mp$	$\mp$	+	0	3 3/4
*********	+	+	0	$\mp$	0	+	0	3 1/4
*********	$\mp$	$\mp$	−	+	+	−	−	2 1/2
*********	+/2	+	0	0	0	0	0	1 1/2

Ответы и некоторые комментарии:

Задача 1. Размерность многообразия E равна $4k$, ранг расслоения равен $2k$.

Задача 2. Общие неподвижные точки всех A_φ это $[0:0:\dots:1:\dots:0]$ (всего $k+1$ точка). У отдельных A_φ есть еще неподвижные точки. Матрица преобразования $A'_{\pi/2}([1:0:\dots:0])$ в комплексном базисе $\frac{\partial}{\partial z_1},\dots,\frac{\partial}{\partial z_k}$ равна $\operatorname{diag}(e^{i\pi/2},e^{2i\pi/2},\dots,e^{ki\pi/2})=\operatorname{diag}(i,-1,-i,1,\dots)$.

Задача 3. Преобразования A_φ и B_ψ не коммутируют, поэтому $[X,Y]\not\equiv 0$. В то же время преобразования A_φ и B_ψ оставляют инвариантным подмногообразие в $\mathbb{C}P^k$, заданное условием $z_1=0$, и на нем коммутируют — следовательно, $[X,Y](z)=0$ при $z_1=0$. Нетрудно убедиться, что других нулей у коммутатора нет.

Задача 4. Существование проверяется непоследственно. Единственность следует из того, что для всякого $z\in\mathbb{C}^{k+1}\setminus\{(0,0,\dots,0)\}$ производная $f'(z)$ имеет полный ранг (ее образ — все касательное пространство $T_{f(z)}\mathbb{C}P^k$).

Задача 5. Значение равно $\frac{\bar z_0 z_1}{|z_0|^2+\dots+|z_k|^2}$.

Задача 6. $\int_0^{2\pi}\gamma^*\omega=\int_0^{2\pi}\frac{de^{i\varphi}}{k+1}=0$.

Задача 7. Форма незамкнута.