1. Рассмотрим кривую Веронезе $v_3(\mathbb{P}^1) \subset \mathbb{P}^3$.

(**а**) Может ли прямая пересекать эту кривую в трёх различных точках?

(**б**) Докажите, что идеал однородных многочленов, обращающихся в нуль на этой кривой, не может быть порождён двумя элементами.

2. Пусть X — множество, образованное точками всевозможных касательных к кривой Веронезе. Докажите, что X — гиперповерхность и найдите её уравнение.

3. Проверьте явно, что все неприводимые компоненты гиперповерхности $\{F = 0\}$ в $\mathbb{A}^n$ или $\mathbb{P}^n$ имеют коразмерность 1.

4. Пусть все неприводимые компоненты многообразия $X \subset \mathbb{A}^n$ имеют коразмерность 1. Докажите, что X — гиперповерхность.

5. Пусть V_k — проективное пространство всех однородных многочленов от $n+1$ переменных степени k. Рассмотрим подмножество X в $\mathbb{P}^n \times V_{d_0} \times \ldots \times V_{d_n}$, состоящее из наборов

$$((t_0\colon \ldots : t_n), F_0(x_0\colon \ldots : x_n), \ldots, F_n(x_0\colon \ldots : x_n)),$$

для которых $F_i(t_0\colon \ldots : t_n) = 0$, $i = 0, \ldots, n$.

(**а**) Докажите, что $\dim X = \sum_{k=0}^{n} \dim V_{d_k} - 1$.

(**б**) Докажите, что существует многочлен от коэффициентов F_i, обращающийся в нуль только для многочленов, имеющих общий нетривиальный нуль.

6. Приведите пример сюръективного отображения неприводимых многообразий, при котором слои не равноразмерны.

7. Найдите все прямые на проективном замыкании поверхности $xyz = 1$ в $\mathbb{A}^3$.