1. Опишите все неприводимые квазипроективные многообразия, являющиеся одновременно проективными и аффинными.

2. Рассмотрим проективное пространство всех однородных многочленов данной степени N с точностью до пропорциональности.

(**а**) Докажите, что приводимые многочлены образуют в нём замкнутое подмножество.

(**б**) Пусть $n \mid N$. Докажите, что многочлены, являющиеся n-ми степенями, образуют в нём замкнутое подмножество.

3. Какие из следующих квазипроективных многообразий проективны? (**а**) $\mathbb{A}^1 \setminus \mathrm{pt}$; (**б**) $\mathbb{A}^2 \setminus \mathrm{pt}$; (**в**) $\mathbb{P}^1 \setminus \mathrm{pt}$; (**г**) $\mathbb{P}^2 \setminus \mathrm{pt}$.

4. Является ли $\mathbb{P}^1 \times \mathbb{A}^1$ аффинным многообразием? Проективным многообразием?

5. Опишите все регулярные отображения (**а**) из $\mathbb{P}^2$ в $\mathbb{P}^1$; (**б**) из $\mathbb{P}^{100}$ в $\mathbb{P}^{50}$.

6. Докажите, что $\mathbb{A}^n$ и $\mathbb{A}^m$ не являются бирационально изоморфными при $m \neq n$.

7. Пусть $G(n, N)$ — грассманниан, т.е. множество подпространств размерности n в N-мерном векторном пространстве.

(**а**) Докажите, что $G(n, N)$ — проективное многообразие.

(**б**) Докажите, что $G(2, 4)$ изоморфно гиперповерхности в $\mathbb{P}^5$.

(**в**) Докажите, что $G(n, N)$ рационально.

Вычислите размерность (**г**) $G(2, 4)$; (**д**) $G(n, N)$.