ПРОГРАММА КУРСА

1. Аналитические свойства функций на $\mathbb{C}$.
   1.1. Условия Коши–Римана.
   Во всех видах.
   1.2. Интегральная формула Коши.
   Включая независимость вычета 1-формы от выбора координаты и обратную теорему ("интеграл типа Коши").
   1.3. Разложение функции в ряд Тейлора и в ряд Лорана.
   Включая теорему об особенности на границе круга сходимости.
   1.4. Принцип аналитического продолжения.
   1.5. Классификация изолированных особых точек.
   Теорема Римана об устранимой особенности, теорема Сохоцкого.
2. Геометрические свойства функций на $\mathbb{C}$.
   2.1. Теорема Лиувилля.
   И ее следствия: мероморфная функция на $\mathbb{C}P^1$ рациональна, и т.п.
   2.2. Принцип сохранения области.
   И принцип максимума модуля.
   2.3. Голоморфность обратного отображения.
   2.4. Лемма Шварца.
   2.5. Принцип аргумента.
3. Теоремы об униформизации.
   3.1. Замкнутость пространства инъективных аналитических функций в ограниченном открытом множестве.
   3.2. Компактность пространства инъективных аналитических функций в ограниченном открытом множестве.
   3.3. Всякое ограниченное открытое множество биголоморфно эквивалентно подмножеству единичного круга.
   3.4. Теорема Римана об униформизации.
   И теорема Кебе без доказательства.
4. Накрытия.
   4.1. Два топологически эквивалентных накрытия голоморфно эквивалентны.
   4.2. Комплексные кривые, накрываемые $\mathbb{C}P^1$ и $\mathbb{C}$.
   4.3. Всякое непостоянное голоморфное отображение компактных комплексных кривых есть конечнолистное разветвленное накрытие.
   4.4. Формула Римана–Гурвица.
5. Комплексные кривые и их автоморфизмы.
   5.1. Ориентируемость комплексных многообразий.
   5.2. Группы автоморфизмов кривых $\mathbb{C}P^1$, $\mathbb{C}$, H.
   5.3. Кривая рода 1 — эллиптическая.
   5.4. Эквивалентность эллиптических кривых.
   Кривые $\mathbb{C}/L_1$ и $\mathbb{C}/L_2$ биголоморфно эквивалентны $\Leftrightarrow L_1 = \lambda L_2$.
   5.5. Биголоморфные автоморфизмы эллиптических кривых.
6. Аналитическое продолжение.
   6.1. Конструкция аналитического продолжения ростка.
   Почему получится многообразие (вместе с проекцией и функцией) ?
   6.2. Конструкция римановой поверхности алгебраической функции.
7. Эллиптические кривые.
   7.1. Пространство голоморфных функций и голоморфных 1-форм на эллиптической кривой.
   7.2. Эллиптическая кривая есть риманова поверхность $\sqrt{P_3(x)}$.
   7.3. Мероморфные формы на эллиптической кривой.
   Сумма вычетов равна нулю; сумма полюсов равна нулю.
8. Гиперболическая метрика.
   8.1. Стандартная гиперболическая метрика.
   Включая теорему о том, что голоморфное отображение не увеличивает расстояния.

8.2. Большая теорема Пикара.