НМУ, 2 курс, дифференциальная геометрия.
Досрочный экзамен. 21.03.2005

Задача 1. Найдите $\iota^* E$, где $\iota : G_k(\mathbb{R}^n) \longrightarrow G_k(\mathbb{C}^n)$ естественное вложение, а $E \longrightarrow G_k(\mathbb{C}^n)$ универсальное (каноническое, тавтологическое) расслоение.

Задача 2. Пусть многообразие M снабжено связностью. Выразить оператор внешнего дифференцирования форм через ковариантные производные и 2-форму кручения.

Задача 3. Пусть векторное расслоение ξ снабжено связностью. Построить связность в одномерном расслоении $\det \xi$ и найти ее форму кривизны.

Задача 4. Постройте на $G_k(\mathbb{C}^n)$ кэлерову метрику. Выпишите тензор ds^2 и ассоциированную внешнюю 2-форму ω в неоднородных и однородных координатах.

Задача 5. Для ориентированной гиперповерхности в евклидовом пространстве $M^{2n} \hookrightarrow \mathbb{R}^{2n+1}$ выразить классы Эйлера и Понтрягина через первую и вторую квадратичные формы.