НМУ, 2 курс, дифференциальная геометрия.
Экзамен. 30.05.2005

Задача 1. Из аналитической геометрии вы знаете примеры поверхностей, на которых есть два различных семейства прямолинейных образующих. Докажите, что если на гладкой двумерной поверхности в трехмерном пространстве есть три различных семейства прямолинейных образующих, то эта поверхность является куском плоскости. *(4 балла).*

Задача 2. Пусть $E \longrightarrow \mathbb{R}P^n$ универсальное (тавтологическое) расслоение. Тривиально ли $E \otimes E$? *(5 баллов).*

Задача 3. Пусть векторное расслоение ξ ранга k снабжено связностью. Построить связность в одномерном расслоении $\det \xi := \Lambda^k \xi$ и найти ее форму кривизны. *(6 баллов).*

Задача 4. Найдите когомологии сферы S^2 с n вклеенными листами Мебиуса. *(8 баллов).*

Задача 5. Пусть ранг комплексного векторного расслоения ξ равен k. Выразите $c_1(\det \xi) = c_1(\Lambda^k \xi)$ через классы Чженя расслоения ξ. *(7 баллов).*

Задача 6. Найти число Понтрягина

$$\oint_{S^4} p_1(rE),$$

где $E \longrightarrow \mathbb{H}P^1 \simeq S^4$ — универсальное расслоение над кватернионной проективной прямой, а r операция овеществления (не забывайте о некоммутативности кватернионов!) *(20 баллов).*