НМУ, 2 курс, дифференциальная геометрия.
Экзамен. Сентябрь 2005.

Решено, что осенний экзамен будет домашним. Условия можно найти на web-странице курса или попросить у С. М. Львовского в учебной части. Решения (не забудьте написать свою фамилию!) надо положить в учебной части в почтовую ячейку с моим именем (А. Пенской) не позднее 14 часов 19 сентября 2005 года.

Убедительная просьба решать самостоятельно и не откладывать на последний день.

Сдававшие экзамен весной 2005, и не сдавшие на «отлично», всячески призываются написать экзамен еще раз.

Как и раньше, 30 баллов достаточно для «отлично», 20 для «хорошо», 10 для «удовлетворительно».

Задача 1. Поверхность называется *линейчатой,* если она параметрически задается в виде

$$\vec{r}(u,v) = \vec{\rho}(u) + v\vec{a}(u).$$

Докажите, что на линейчатой поверхности гауссова кривизна всюду неположительна. *(4 балла).*

Задача 2. Доказать, что если база расслоения стягиваема, то расслоение тривиально. *(6 баллов).*

Задача 3. Пусть векторное расслоение ξ ранга k снабжено связностью. Построить связность в одномерном расслоении $\det\xi := \Lambda^k\xi$ и найти ее форму кривизны. *(6 баллов).*

Задача 4. Найдите когомологии (де Рама) с компактным носителем листа Мебиуса. *(8 баллов).*

Задача 5. Докажите, что если у ориентированного вещественного расслоения η есть не обращающееся в ноль сечение, то $\chi(\eta) = 0$. *(6 баллов).*

Задача 6. Найти число Понтрягина

$$\oint_{S^4} p_1(rE),$$

где $E \longrightarrow \mathbb{H}P^1 \simeq S^4$ — универсальное расслоение над кватернионной проективной прямой, а r операция овеществления (не забывайте о некоммутативности кватернионов!) *(20 баллов).*