Коммутативная алгебра (весна 2006)
Листок 8

Пусть k — алгебраически замкнутое поле, $f \in k[X,Y]$ — непостоянный многочлен и $A = k[X,Y]/(f)$.

1. Покажите, что $\dim A \leqslant 1$.

2. Покажите, что на самом деле $\dim A = 1$.

3. Как изменится ответ к предыдущей задаче, если k не обязательно алгебраически замкнуто?

Пусть опять k алгебраически замкнуто; положим $C = V(f) \subset k^2$, и пусть $p = (a,b) \in C$. Положим $\mathfrak{m} = \mathfrak{m}_p \subset A$.

4. В каких случаях кольцо $A_{\mathfrak{m}}$ целостно?

5. В каких случаях $A_{\mathfrak{m}}$ является кольцом дискретного нормирования?