# ЗАДАНИЕ 2
# СПИНОРНАЯ ГРУППА

**Задача 1.** Докажите, что ряд для экспоненты от любого элемента сходится в алгебре Клиффорда.

**Задача 2.** Докажите, что экспоненты от $V \wedge V \subset \mathrm{Cl}_n(\mathbb{C})$ порождают связную группу $Spin_n(\mathbb{C})$ с алгеброй Ли $so_n(\mathbb{C})$.

**Задача 3.** Докажите, что решётка весов $Spin_n(\mathbb{C})$ совпадает с решёткой весов $so_n(\mathbb{C})$, и, тем самым, $Spin_n(\mathbb{C})$ — односвязна.

Пусть $Pin_n(\mathbb{C})$ — группа, порождённая векторами $V \subset \mathrm{Cl}_n(\mathbb{C})$ единичной длины.

**Задача 4.** Докажите, что $Pin_n(\mathbb{C})$ действует на $V \subset \mathrm{Cl}_n(\mathbb{C})$ сопряжениями, сохраняя скалярное произведение.

**Задача 5.** Докажите, что для чётного $n$ построенное таким образом отображение $Pin_n(\mathbb{C}) \to O_n(\mathbb{C})$ является двулистным накрытием. Что изменится, если $n$ — нечётно?

**Задача 6.** Что можно сказать о вещественных аналогах $Spin_n(\mathbb{C})$ и $Pin_n(\mathbb{C})$, построенных в вещественной алгебре Клиффорда от формы с данной сигнатуры?