МК НМУ, Топология. 27.09.06-4.10.06

Домашний экзамен

Решения задач принести в учебную часть не позднее среды, 4.10.06.
Удачи!

Задача 1. Удалим из $\mathbb{C}^2$ конечное число комплексных прямых, проходящих через 0. Найти образующие и соотношения фундаментальной группы этого пространства.

Задача 2. Стороны несамопересекающейся ломаной на клетчатой бумаге попарно склеены с помощью параллельных переносов так, как это показано на рис. 1. Найти род полученной поверхности. Доказать, что она разветвленно накрывает тор. Найти степень этого накрытия. Является ли это накрытие накрытием Галуа?

Задача 3. На ориентируемой поверхности рода g рассиотрим окружности (простые замкнутые кривые) c_1 и c_2, пересекающиеся в единственной точке. Обозначим через t_c твист Дена в окружности c. Доказать, что

$$t_{c_1}t_{c_2}t_{c_1} = t_{c_2}t_{c_1}t_{c_2}$$

в группе классов отображений поверхности.

Задача 4. Существует ли (возможно разветвленное) накрытие Галуа тора с группой Галуа $\{\pm 1, \pm i, \pm j, \pm k | i^2 = j^2 = k^2 = -1, ij = k\}$? Если такое накрытие существует, то оценить его род.

Задача 5. На плоскости лежит квадрат, стороны которого скреплены шарнирами. Одна сторона квадрата закреплена, а остальные движутся на шарнирах по плоскости. Найти фундаментальную группу получившегося конфигурационного пространства.

Задача 6. Найти $\pi_1(S^3 \setminus K)$, где K — узел, показанный на рис. 2.

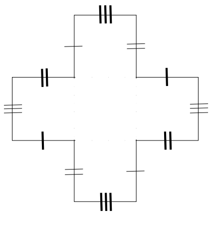

Рис. 1

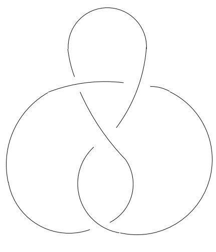

Рис. 2