06.04.2006.

Листок №8

Задачи

1) Найти род поверхности, заданной в $S^4\{\sum\limits_0^3 {x_i}^2 = 1\}$ уравнениями ${x_0}^2 + {x_1}^2 = {x_3}^2 + {x_4}^2 = 1/2$.

2) Любое непрерывное отображение замкнутого диска $\mathbb{D}^n$ в себя имеет по крайней мере одну неподвижную точку. Докажите эту теорему для $n \leq 2$.

3) Пусть S – компактная поверхность с краем. Докажите, что $\pi(S)$ – свободная группа с $1-\chi(S)$ образующими.

4*) Рассмотрим накрытие пространства $S^1 \vee S^1$, отвечающее подгруппе $\pi_1(S^1 \vee S^1)$, порожденной кубами всех её элементов. Каков порядок этого накрытия?

5) Рассмотрим накрытие Галуа $X' \longrightarrow X$ с абелевой группой Галуа $\pi(X)/\pi(X')$. Назовем такое накрытие абелевым. Докажите, что существует универсальное абелево накрытие X^{ab}. Постройте его для $X = S^1 \vee S^1$ и $X = S^1 \vee S^1 \vee S^1$.

6) Нарисуйте граф Кэли группы $\mathbb{Z} * \mathbb{Z}_2 = \langle a, b | b^2 = 1 \rangle$.

7) Пусть X – это объединение n прямых в $\mathbb{R}^3$, проходящих через начало координат. Вычислите $\pi_1(\mathbb{R}^3 - X)$.

8) Можно ли ретрагировать крендель:
а) на разделяющую его окружность?
б) на неразделяющую его окружность (которая не ограничивает диск)?

9) Докажите, что сфера S^3 есть объединение двух полноториев с общей границей (указание: $S^3 = \partial \mathbb{D}^4$)